שם: אמיר אדר

תעודת זהות: 302308168

הוכחת נכונות עבור הפונקציה ההיוריסטית "מרחק מנהטן"

הקדמה:

כל טייל (אריח) צריך להגיע ממקומו הנוכחי למקומו הסופי (על פי הגדרת המשחק)

מספר הצעדים המינימאלי בהעדר אילוצים כל שהם הוא מרחק מנהטן, לכן עבור סידור של כל האריכים במקומם המתאים הוא סכום מרחקי מנהטן, עבור כל הטיילים (האריחים). מאחר שההזזה של כל אריח למקומו הסופי, בפיתרון האופטימאלי לא יכול להיות במספר צעדים קטן מהצעדים שממרחק מנהטן נותן, מפני שקיימים אילוצים של הזזת אריח אחד בכל שינוי וכן ישנם אריחים ה"מפריעים" לעל אריח להגיע ממקומם הנוחכי למקומם הסופי.

רמיזה לכך ש "מרחק מנהטן" היא פונקציה Admissible.

מכיון שפונקציה שהיא עקבית -> גורר -> פונקציה שהיא admissible אוכיח כי היא עקבית וההוכחה תכלול גם את admissible.

הוכחת נכונות:

נוכיח באינדוקציה כי הפונקציה עקבית "על המסלול בדרך לפיתרון"

נוכיח ש- h(n) <= c(n,m)+h(m)

תחילה מעט הגדרות

C(n,m) – זהו המחיר שעולה לנו לעבור מקודקוד n לקודקוד m במסלול הקצר ביותר.

H(n) – המחיר שהפונקציה ה – היוריסטית נותנת לנו עבור קודקוד n. (כנל לגבי h(m) )

\*\*\* נניח כי לא תתאפשר תזוזה של אריח אם צבעו שחור\*\*\*

בסיס: n = 1

נביט על קונפיגורציה כללית ונסתכל על אריח באופן כללי מבלי להתייחס לכוון שלו (למעלה למטה ימינה שמאלה)

יכולים להיות מספר מקרים:

1. המקרה בו קירבנו את האריח אל מקומו הייעודי (על פי הגדרה)

* אם המשבצת הייתה ירוקה אזי h(m) = h(1) – 1 (1-1 = 0 מכיוון שפונקציה היוריסטית בgoal היא 0) משמע שהאי שוון מתקיים, h(1) <= 1 + h(1) -1
* אם האריח הוא אדום, אזי ש h(m) = h(1) – 30 וכן גם כאן מתקיים האי שוון

h(1) <= 30 + h(1) - 30

1. המקרה בו הרחקנו את האריח ממקומו הייעודי

* אם האריח הייה ירוק, אזי ש h(m) = h(1) + 1 ומכאן נראה שאי השוון מתיים

h(1) <= 1 + h(1) + 1

* אם האריח היה אדום, אזי ש h(m) = h(1) + 30 ומכאן נראה שאי השוון מתריים

h(1) <= 30 + h(1) +30

הנחת האינדוקציה:

נניח שמצבים אלו מתקיימים עבור n ונוכיח עבור n+1.

צעד:

כאמור אין חשיבות לכוון תזוזת האריח (למטה למעלה ימינה שמאלה) לכן בהכ נזוז ימינה.

1. המקרה בו קירבנו את האריח אל מקומו הייעודי (על פי הגדרה)

* אם המשבצת הייתה ירוקה אזי h(m) = h(n + 1) – 1 משמע שהאי שוון מתקיים,

h(n+1) <= 1 + h(n+1) -1

* אם האריח הוא אדום, אזי ש h(m) = h(n+1) – 30 וכן גם כאן מתקיים האי שוון

h(n+1) <= 30 + h(n+1) - 30

1. המקרה בו הרחקנו את האריח ממקומו הייעודי

* אם האריח הייה ירוק, אזי ש h(m) = h(n+1) + 1 ומכאן נראה שאי השוון מתיים

h(n+1) <= 1 + h(n+1) + 1

* אם האריח היה אדום, אזי ש h(m) = h(n+1) + 30 ומכאן נראה שאי השוון מתריים

h(n+1) <= 30 + h n+1) +30

ולכן מתקיים האי שוון.

ומכן נובע כי הפונקציה ההיוריסטית "Manhattan distance" היא עקבית.

ומפני שאם פונקציה זו היא ערקבית נובע מכך שהיא גם Admissible.

מש"ל.